



ডাচ-বাংলা ব্যাংক - প্রথম আলো গণিত উৎসব ২০১২

জাতীয় গণিত অলিম্পিয়াড

আয়োজক: বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি



ক্যাটাগরিঃ হায়ার সেকেন্ডারি

সময়ঃ ৪ ঘণ্টা

একটি পয়সায় হেড আসার সম্ভাবনা জোড়ার অন্য পয়সাটিতে টেল আসার সম্ভাবনার সমান। এই পরিবর্তনের কারণে কি কোন একটি সিদ্ধান্তের প্রতি পক্ষপাতিত্ব সৃষ্টি হবে? যুক্তি সহকারে ব্যাখ্যা কর।

A decision making problem will be resolved by tossing $2n + 1$ coins. If Head comes in majority one option will be taken, for majority of tails it'll be the other one. Initially all the coins were fair. A witty mathematician replaced n pairs of fair coins with n pairs of biased coins, but in each pair the probability of obtaining head in one is the same the probability of obtaining tail in the other. Will this cause any favor for any of the options available? Justify with logic.

৯. ত্রিমিনো হলো তিনটি বর্গ দিয়ে তৈরি L আকৃতি। একটি $2^k \times 2^k$ দাবাঘর নেওয়া হলো যার একটি বর্গ নাই। প্রমাণ কর যে বাকি বর্গগুলো দিয়ে ত্রিমিনো তৈরি করা সম্ভব।

A triomino is an L -shaped pattern made from three unit squares. A $2^k \times 2^k$ chessboard has one of its squares missing. Show that the remaining board can be covered with triominoes.

১০. একটি ফাংশন $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ বিবেচনা করো। এটা নিচের সম্পর্কগুলো মেনে চলে-

(i) $f(0) = 0$; (ii) $f(np) = f(n)$; (iii) $f(n) = n + f\left(\left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor\right)$ যখন p দ্বারা n নিঃশেষে বিভাজ্য নয়।

এখানে $p > 1$ একটি ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা। \mathbb{N}_0 সকল অঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যার সেট। $\lfloor x \rfloor$ দ্বারা x এর সমান কিংবা তার চেয়ে ছোট সবচেয়ে বড় সংখ্যাটি নির্দেশ করা হচ্ছে। $0 \leq n \leq p^k$ এর জন্য $f(n)$ এর বৃহত্তম মানকে a_k দ্বারা প্রকাশ করা হয়। a_k নির্ণয় কর।

Consider a function $f : \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$ following the relations:

(i) $f(0) = 0$; (ii) $f(np) = f(n)$; (iii) $f(n) = n + f\left(\left\lfloor \frac{n}{p} \right\rfloor\right)$ when n is not divisible by p .

Here $p > 1$ is a positive integer, \mathbb{N}_0 is the set of all nonnegative integers and $\lfloor x \rfloor$ is the largest integer smaller or equal to x . Let, a_k be the maximum value of $f(n)$ for $0 \leq n \leq p^k$. Find a_k .