ডাচ বাংলা ব্যাংক- প্রথম আলো গণিত উৎসব- ২০০৮

৬ষ্ঠ বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড

আয়োজনে : বাংলাদেশ গণিত অলিম্পিয়াড কমিটি

Category – Higher Secondary   সময় : 4 ঘন্টা Time -4 Hours

Suggestions: Earlier problems are intended to be easier than later problems; try the beginning problems First; all problems have equal weight

1. প্রথম 2008টি ধনাত্বক জোড় সংখ্যার যোগফল থেকে প্রথম 2008টি বেজোড় সংখ্যার যোগফল বিয়োগ করা হল। বিয়োগফল কতো? The sum of the first 2008 odd positive integer is subtracted from the sum of the first 2008 even positive integers. Find the result.
2. একটি মুদ্রার পিঠে1, দুইটি ভিন্ন মুদ্রার প্রত্যেকটির পিঠে 2, তিনটি ভিন্ন মুদ্রার প্রত্যেকটির পিঠে 3, …………………, উনপঞ্চাশটি ভিন্ন মুদ্রার প্রত্যেকটির পিঠে 49 এবং পঞ্চাশটি ভিন্ন মুদ্রার প্রত্যেকটির পিঠে 50 লিখা আছে। সবগুলো মুদ্রাকে একটি কালো ব্যাগে রেখে সেখান থেকে দৈবচয়নে একটি একটি করে মুদ্রা নেওয়া হল। কমপক্ষে কয়টি মুদ্রা নিলে নিশ্চত হওয়া যাবে যে, যে কোন এক প্রকারের অন্তত 10টি মুদ্রা ওঠানো হয়েছে? One coin is labeled with the number 1, two different coins are labeled with the number 2, three different coins are labeled with the number 3,...,forty-nine different coins are labeled with the number 49, and ffty different coins are labeled with the number 50. All of these coins are then put into a black bag. The coins are then randomly drawn one by one. We need 10 coins of any type. What is the minimum number of coins that must be drawn to make sure that we have at least 10 coins of one type?
3. ধরা যাক a একটি পূর্ণসংখ্যা। আবার $m = 4a + 3$ ও m, 11-এর গুনিতক। a^4-কে 11 দ্বারা ভাগ করা হলে কতো অবশিষ্ট থাকবে? বিস্তারিত প্রমাণ কর। Let a be an integer. The number m which has the form $m = 4a + 3$ is a multiple of 11. If we divide a^4 by 11, what is the remainder? Show with proof.
4. $f(x)$ একটি জটিল নন-লিনিয়ার ফাংশন। $f(x)+f(1-x)=1$ হলে $\int_0^1 f(x)dx$ -এর মান নির্ণয় কর। The function $f(x)$ is a complicated nonlinear function. It satisfies, $f(x)+f(1-x)=1$. Evaluate $\int_0^1 f(x)dx$
5. আসমা ও তার ভাই আহমেদ দাবা খেলোয়াড়। । আসমার ছেলে শামীম ও মেয়ে শারমীনও দাবা খেলে। সবচেয়ে খারাপ খেলোয়াড়ের যমজ (ঐ চারজনের একজন) এবং সেরা খেলোয়াড় পরস্পর

বিপরীত লিঙ্গের। খারাপ এবং সেরা খেলোয়াড়ের একই বয়স। সবচেয়ে খারাপ খেলে কে? Asmaa, and her brother Ahmed are chess players. Asmaa's son Shamim and her daughter Sharmeen are also chess players. The worst player's twin (who is one of the 4 chess players) and best player are of the opposite sex. The worst player and the best player are the same age. Who is the worst player?

6. 1,2 ও 3 এই তিনটি অঙ্ক দিয়ে একটি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা হল। সংখ্যাটিতে কমপক্ষে 1,2 ও 3 একবার করে আছেই। এরকম কতোটি 5 অঙ্ক বিশিষ্ট সংখ্যা তৈরি করা যাবে? (সাহায্য - যে সব সংখ্যার মধ্যে 1,2 ও 3 নেই সেগুলো প্রথমে গণনা করা যেতে পারে। The three numbers 1,2,3 are used to make a 5 digit number. The five digit number must contain at least one 1, at least one 2, and at least one 3. How many such five digit numbers can be made? (Hint: First count the number of words missing either a 1 or a 2 or a 3.)

7. $1+5.2^m = n^2$ সমীকরণের পূর্ণসংখ্যার সমাধান (m,n) বের করতে হবে। (A) n^2-1 ? (B) $(n+1)$ ও $(n-1)$ এর উভয়ই জোড় না বেজোড়, নাকি একটি জোড় আর অপরটি বেজোড় তা বের কর। (C) যদি $a=\frac{n-1}{2}$ হয় তবে $a(a+1)=?$ (D) যদি a বেজোড় হয় তবে $a+1$ জোড় না বেজোড়? (E) (C) ও (D) থেকে বল $a=1$ বা $a+1=1$ হওয়া কী সম্ভব? (F) a-এর ওকমাত্র সম্ভাব্য মানটি বের করো এবং m ও n কী হওয়া উচিৎ তা বের করো। We want to find all integer solutions (*m; n*) to $1+5.2^m = n^2$. First: (A) Find an expression for n^2-1 ; (B) are $(n+1)$ and $(n-1)$ both even, or both odd, or is one even and the other odd? (C) Let $a=\frac{n-1}{2}$, Find an expression for $a(a+1)$; (D) If a is odd, is $a+1$ even or odd? (E) From parts (C) and (D), is it possible for $a=1$, or $a(a+1)=?$ (F) Find the only possible values a can take and then find what m and n should be.

8. *ABCD চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় AC ও BD, E বিন্দুতে ছেদ করেছে।* *AB* = 39*; AE* = 45*; AD* = 60*; BC* = 56 হলে CD=? *ABCD* is a convex quadrilateral. The diagonals *AC* and *BD* intersect at *E*. *AB* = 39*; AE* = 45*; AD* = 60*; BC* = 56. Find the length of *CD*.

9: ABCD *চতুর্ভুজের AB = BC = CD তবে AC<>BD. চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয়ের ছেদবিন্দু E. যদি AE = DE এবং <BAD+<ADC=*θ *হয়, তবে* θ*=?* Let *ABCD* be a convex quadrilateral

with *AB* = *BC* = *CD*. Note, *AC* <> *BD*. Let *E* be the intersection point of the diagonals of *ABCD*. *AE* = *DE* if $<BAD+<ADC=\theta$, Find θ

Problem 10: A quadrilateral *ABCD* with *BAD* + *ADC* > 180 circumscribes a circle of center *I*. A line through *I* meets *AB* and *CD* at points *X* and *Y* respectively.
If *IX* = *IY* then what is (*AX* ¢ *DY*)=(*BX* ¢ *CY*)?