

ক্যাটাগরি: জুনিয়র (ষষ্ঠ – অষ্টম)  
Category: Junior (VI – VIII)

সময়: ৩ ঘণ্টা  
Time: 3 Hours

মূল উত্তরপত্রে সমাধান লিখতে হবে। প্রশ্নপত্রের উভয় পাশেই ছাপা রয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত সকল সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। প্রতিটি প্রশ্নের মান সমান। প্রশ্নগুলো কাঠিন্যের ক্রমবর্ধমান ক্রমে সাজানো আছে। সমস্যার সমাধানে আংশিক নম্বর প্রদান প্রযোজ্য।  
\*\*\* ‘সংখ্যা’ শব্দটি পূর্ণসংখ্যা নির্দেশ করে। The word ‘number’ means whole number or integer.

১. আমরা বলি কোনো একটি সংখ্যার বর্গমূল আছে যখন আমরা আর একটি সংখ্যা পাই যেটিকে নিজের সাথে গুণ করলে আমরা আগের সংখ্যাটি পাব। যেমন ৪ এর বর্গমূল আছে কেননা  $2 \times 2 = 4$ , কিন্তু ৫ এর কোনো বর্গমূল নেই। ১ থেকে ১০০ পর্যন্ত কয়টি সংখ্যার বর্গমূল আছে?

We say that a number has a ‘square root’ if we find another integer which gives us the first number if multiplied by itself. For example, 4 has a square root since  $2 \times 2 = 4$ , but 5 has no square root. Out of the 100 numbers from 1 to 100, how many integers have square roots?

২.  $\triangle ABC$  একটি বিষমবাহু ত্রিভুজ।  $D$ ,  $BC$  এর মধ্যবিন্দু।  $\triangle ADC$  সমবাহু এবং  $\triangle ADB$  সমদ্বিবাহু হলে,  $\triangle ABC$  এর কোণগুলোর মান নির্ণয় কর।

$\triangle ABC$  is a scalene triangle.  $D$  is the midpoint of  $BC$ .  $\triangle ADC$  is equilateral and  $\triangle ADB$  is isosceles. Find the angles of  $\triangle ABC$ .

৩.  $A, B, C, D, E, F$  হল ছয়জন ছেলেমেয়ে যাদের প্রত্যেকের বয়স ১১ থেকে ১৬ এর মাঝে ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা।  $C$  এবং  $F$  সবসময়ই সত্যি কথা বলে, কিন্তু বাকি চারজনের মাঝে দুইজন সত্যি কথা ও বাকি দুইজন মিথ্যা কথা বলে। যখন তাদেরকে তাদের বয়স সম্পর্কে জিজ্ঞাসা করা হল তারা বললঃ

A: বাকি পাঁচজনের বয়সের সমষ্টি একটি জোড় সংখ্যা।

D: E বয়সে A এর চেয়ে ২ বছরের বড়।

B: A বয়সে সবচেয়ে বড়।

E: A, B, D ও E এর বয়সের সমষ্টি একটি বিজোড় সংখ্যা।

C: বাকি পাঁচজনের বয়সের সমষ্টি ৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

F: বাকি পাঁচজনের বয়সের সমষ্টি ৫ দ্বারা নিঃশেষে বিভাজ্য।

নির্ণয় করঃ (i) C ও F এর বয়সের সমষ্টি কত? (ii) কোন দুইজন মিথ্যা কথা বলে? (iii) A ও E এর বয়স কত?

A, B, C, D, E, F are six children of different ages in the range of 11 to 16. It is known that C and F always speak truth whereas among the rest two are truthful and the other two lie. When they are asked about their ages, they replied as follows-

A: The sum of the ages of the other five is an even number.

D: E is elder than A by two years.

B: A is the eldest.

E: The sum of the ages of A, B, D, E is an odd number.

C: The sum of the ages of the other five is divisible by 5

F: The sum of the ages of the other five is divisible by 5

Find out: (i) What is the sum of the ages of C and F? (ii) Which two among these six children lie? (iii) What are the ages of A and E?

৪. ১, ২, ৩, ... ১৬০ সংখ্যাগুলো বিবেচনা কর। তুমি এই ১৬০টি সংখ্যা থেকে সর্বোচ্চ কতটি সংখ্যা বেছে নিতে পারবে যাদের মাঝে এমন দুটি সংখ্যা থাকবে না যাদের পার্থক্য ৪? তোমার উত্তরের পক্ষে যুক্তি দেখাও।

Consider the numbers 1, 2, 3, ... 160. What is the maximum number of numbers you can choose from this list so that no two numbers differ by 4? Show the logic behind your answer.

৫.  $A = 211!$  এবং  $B = 106^{211}$  হলে এদের মাঝে কোনটি বড় তা যথাযথ প্রমাণসহ নির্ণয় কর। ( $n!$  দ্বারা ১ থেকে  $n$  পর্যন্ত সবগুলো পূর্ণ সংখ্যার গুণফল বোঝানো হয়। অর্থাৎ,  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$ । যেমন  $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ )  
Let,  $A = 211!$  and  $B = 106^{211}$ ; which one is larger? Show the logic. ( $n!$  denotes the product of all the integers from 1 to  $n$ . That means  $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$ . For example  $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ )

৬. ABCD আয়তক্ষেত্রে BC বাহুর মধ্যবিন্দু E। BE এর উপর একটি বিন্দু X বেছে নেয়া হল। DX বর্ধিত AB কে P বিন্দুতে ছেদ করে। X এর যে অবস্থানের জন্য  $\Delta BPX$  ও  $\Delta DXC$  এর ক্ষেত্রফলের সমষ্টি সর্বোচ্চ হয় তা প্রমাণসহ নির্ণয় কর।  
E is the midpoint of side BC of rectangle ABCD. A point X is chosen on BE. DX meets extended AB at P. Find the position of X so that the sum of the areas of  $\Delta BPX$  and  $\Delta DXC$  is maximum with proof.

৭. চারটি সংখ্যার এমন একটি অনুক্রম বিবেচনা কর যেন প্রথম তিনটি সংখ্যার গ.সা.গু. ও শেষ তিনটি সংখ্যার ল.সা.গু. সমান হয়। সংখ্যা চারটির সমষ্টি 2011 হলে এ ধরনের কয়টি অনুক্রম আছে?  
Consider a sequence of four integers so that the GCD of first three is the same as the LCM of the last three. How many such sequences exist so that the sum of the numbers is 2011?

৮. ক) প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের কেন্দ্র এবং ঐ বৃত্তের কোনো জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোগকারী রেখাটি ঐ জ্যা-কে সমকোণে ছেদ করে।

খ) মনে কর, একটি বৃত্তের পরিধির উপর ঘড়ির কাঁটার বিপরীতক্রমে A, B, C, D ও E বিন্দুগুলো নেয়া হল এবং বৃত্তের ভিতরে এমন একটা বিন্দু X নেয়া হল যাতে  $AX=CX=EX$  হয়। প্রমাণ কর যে,  $BX=DX$ ।

(a) Prove that in a circle, the line connecting the center and the midpoint of a chord intersects the chord at right angles.

(b) Suppose the points A, B, C, D and E are chosen counter-clockwise on a circle. X is a point inside the circle, and  $AX=CX=EX$ . Prove that  $BX=DX$ .

৯.  $p$  একটি মৌলিক সংখ্যা। ১ থেকে  $p$  পর্যন্ত পূর্ণ সংখ্যাগুলোর যোগফল  $p$  এবং তার থেকে ছোট সব মৌলিক সংখ্যা দ্বারা বিভাজ্য। প্রমাণসহ  $p$  এর সম্ভাব্য মানগুলো বের করো।

$p$  is a prime and sum of the numbers from 1 to  $p$  is divisible by all primes less or equal to  $p$ . Find the value of  $p$  with proof.

১০. নতুন মুভার্সদের সংখ্যা গণনা করার পর মুনির হাসান তাদের সকলের সাথে পরিচিত হবার এক অদ্ভুত বুদ্ধি বের করলেন। তিনি বললেন যে সবাই বৃত্তাকারে দাঁড়াবে এবং মুনির হাসান থেকে শুরু করে প্রত্যেকে তার ডান দিকের ব্যক্তির সাথে জোড়া গঠন করবে। প্রতিটি জোড়ার একজন অপরজনকে নিজের পরিচয় প্রদানের পর জোড়ার সদস্যরা পরস্পরের সাথে স্থান বিনিময় করবে এবং একই ভাবে মুনির হাসান থেকে শুরু করে আবার জোড়া গঠন করা হবে। এ প্রক্রিয়ার বার বার পুনরাবৃত্তি হতে থাকবে, যতক্ষণ না পর্যন্ত কেউ একজন অন্য কারও সাথে দুইবার জোড়া গঠন করে। তখন সবাইকে দুটি উপদলে ভাগ করে ফেলা হবে, যারা এখনো একজন অপরজনের সাথে পরিচিত হয় নি তাদের সাথে মুনির হাসান আবার একটি উপদল গঠন করবেন এবং জোড়া তৈরির মাধ্যমে পুরো প্রক্রিয়াটির পুনরাবৃত্তি করা হবে। জোড়া তৈরি করার কাজটা সবসময় মুনির হাসান থেকে শুরু হবে। দেখা গেল, মুনির হাসানকে দশ বার তার দলকে উপদলে ভাগ করতে হয়েছিল। নতুন মুভার্সদের সংখ্যা কত ছিল?

After counting the number of new MOVers, Munir Hasan came with a peculiar plan of getting introduced to everyone. He declared that everyone will stand in a circle and starting from Munir Hasan pairs will be formed towards right. After each member has introduced himself to the one in his pair, members in the pair will interchange their positions and a similar grouping will be done. The process will be repeated until someone has been paired with the same person for the second time. Then the group will be split up, Munir Hasan will form a subgroup with members not introduced with each other and the entire process will be repeated. Pairing will always start from Munir Hasan. It was seen that Munir Hasan needed to split his group 10 times. What was the number of new MOVers?